

數學任意門

課本對應單元：七年級【因數與倍數】

質因數分解

1 千美元徵求解答

文／蕭偉智、陳彩鳳 圖／白琵

17137，又因為 17137 為質數，所以 $f(17137) = 17137$ ，17137 拆解後還是自己本身，於是拆解終止了。

再試試數字 10。 $f(10) = 25 \rightarrow f(25) = 52 \rightarrow f(52) = 2213$ ，2213 為質數而終止。

質數黑洞猜想的反例

兩千多年前數學家歐幾里德證明質數有無限多個，但目前找到的質數數量仍是有限，所以想直接證明「質數黑洞猜想」這個問題是有難度的，原因是拆解多次後，數字可能變得非常大，那麼該如何判定它為質數呢？

對此，戴維斯反向思考：「有沒有某個數字經由前述『質數黑洞拆解』後，最終『不』是質數呢？」他提出一個數字， $13532385396179 = 13 \times 53^2 \times 3853 \times 96179$ ，以函數表示，就是 $f(13532385396179) = 13532385396179$ ，起初的數字和拆解後的數字都是 13532385396179，也就是將數字「13532385396179」多次拆解後還是自己本身，可是，13532385396179 並非質數。因此，他證明並非所有大於 1 的正整數，經過多次拆解後都會終止在質數呵！



以乘法將數字或多項式進行「分解」，是中學數學基礎且重要的問題解決工具，因為透過分解可以發現數字之間的關聯或求出方程式的解。因數分解可將正整數分為質數、合數以及 1。在數學史上，質數是許多數學家的最愛，數百年來有許多數學家提出關於質數的問題，有些至今尚未獲得解答，例如「哥德巴赫猜想」和「孿生質數猜想」等。

現年七十八歲的英國數學家康威（John H. Conway），三年前也提出了一個質數問題「質數黑洞猜想（Climb to a Prime Conjecture）」，並提供一千美元徵求解答，今年六月，一個名為戴維斯（James Davis）的人士，破解了這個問題。今天

，我們就來探究一下「質數黑洞猜想」這個題目，以及它的規則。

猜想質數黑洞

所謂質數黑洞猜想，是指猜想任意一個大於 1 的整數 n ，經過多次拆解後，都會變成質數。換言之，

質數就像一個有巨大引力的黑洞般，將正整數吸引過去。

數學家先將 n 寫成標準分解式 $n = p_1^{k_1} \times p_2^{k_2} \times \dots \times p_n^{k_n}$ ，再把標準分解式中的底數與指數依序寫下來而得到新的數字 $P_1K_1P_2K_2 \dots P_nK_n$ （字母上加橫線表示數字，非字母相乘），以同樣方式將 $P_1K_1P_2K_2 \dots P_nK_n$ 再寫成標準分解式，且將其底數與指數依序寫下而得到另一個新的數字，以此類推。這個過程被稱為質數黑洞拆解。

舉個例子， $18 = 2 \times 3^2$ ，將底數與指數依序寫下來而得到三位數 232，我們將拆解結果用函數表示： $f(n) = f(p_1^{k_1} \times p_2^{k_2} \times \dots \times p_n^{k_n}) = P_1K_1P_2K_2 \dots P_nK_n$ 。其中 n 表示起初的數字， $P_1K_1P_2K_2 \dots P_nK_n$ 表示拆解後得到的數字，即 $f(18) = f(2 \times 3^2) = 232$ ，接續拆解則可得 $f(232) = f(2^3 \times 29) = 2329$ ， $f(2329) =$

低碳生活 · 食衣住行 (7-4)

校園節能 省錢省電愛地球

編繪／曾建華



【經濟部能源局廣告】